

Евгени Латинов

СИМВОЛНА ЛОГИКА

със задачи

СЪДЪРЖАНИЕ

ПЪРВА ЧАСТ. ПРОПОЗИЦИОНАЛНА ЛОГИКА

I. ЛОГИЧЕСКИТЕ СЪЮЗИ

1. Конюнкция
2. Отрицание
3. Дизюнкция
4. Импликация
5. Еквивалентност
6. Правилно образувани изрази
задачи

II. ТАВТОЛОГИИ, ПРОТИВОРЕЧИЯ, СИНТЕТИЧНИ ИЗРАЗИ

7. Таблици за истинност
задачи
8. Доказателство чрез допускане на противното
задачи
9. Истинностно-функционален анализ
задачи

III. ЛОГИЧЕСКО СЛЕДВАНЕ И ЛОГИЧЕСКА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ

10. Логическо следване
задачи
11. Бърза проверка
задачи
12. Логическа еквивалентност
задачи

IV. ЕСТЕСТВЕНА ДЕДУКЦИЯ

13. Въвеждане на някои елементарни схеми за извод

задачи

14. Въвеждане на някои схеми еквивалентности

задачи

15. Условно доказателство и доказателство чрез свеждане до противоречие

задачи

V. ЛОГИЧЕСКИ ТРАНСФОРМАЦИИ

16. Нормална дизюнктивна форма и опростяване

задачи

17. Нормална конюнктивна форма

задачи

ВТОРА ЧАСТ. ПРЕДИКАТНА ЛОГИКА

VI. СИМВОЛИКАТА НА ПРЕДИКАТНАТА ЛОГИКА

18. Общи и единични термини

задачи

19. Квантори и индивидуални променливи

задачи

VII. ЛОГИЧЕСКО СЛЕДВАНЕ И ЛОГИЧЕСКА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ В ОБЛАСТТА НА ПРЕДИКАТНАТА ЛОГИКА

20. Семантика на предикатната логика

задачи

21. Някои важни схеми еквивалентности на предикатната логика

задачи

22. Пренекс форми

задачи

23. Доказване на логическа валидност и логическо следване

задачи

VIII. РАВЕНСТВО И ОПРЕДЕЛЕНИ ОПИСАНИЯ

24. Равенство

задачи

25. Определени описания

задачи

26. Елиминирание на определените описания

задачи

БИБЛИОГРАФИЯ

ПЪРВА ЧАСТ

ПРОПОЗИЦИОНАЛНА ЛОГИКА

I. ЛОГИЧЕСКИТЕ СЪЮЗИ

§ 1. Конюнкция

Логическите съюзи, които се наричат още „конектори”, са онези логически връзки, с помощта на които от някакви по-прости твърдения се получават по-сложни. При това дали съставните твърдения са истинни, или не, зависи изцяло от истинността или неистинността на съставлящите ги твърдения. В езика тези логически връзки се изразяват най-често със съюзи („и”, „или”, „ако ..., то ...” и т.н.).

Конюнкцията отговаря на съюза „и”. Тя е този логически съюз, който свързва две твърдения в едно съставно твърдение по такъв начин, че само когато и двете твърдения са истинни, съставното твърдение също е истинно – в останалите случаи то е неистинно. Например:

(1) „Днес е вторник и времето е хубаво.”

(1) е твърдение, получено чрез свързването на твърденията „Днес е вторник” и „Времето е хубаво” със съюза „и”. То е истинно (както ще казваме – *има истинностна стойност „истина”* (съкратено „И”)) само когато и двете твърдения – и „Днес е вторник”, и „Времето е хубаво” са истинни, и е достатъчно само едното от тях да е неистинно (както ще казваме – *да има истинностна стойност „неистина”* (съкратено „Н”)), за да стане цялото неистинно.

Символно ще означаваме конюнкцията с точка (означава се още с „ \wedge ” или „ $\&$ ”). Така ако представим символно „Днес е вторник” с „ p ”, а „Времето е хубаво” – с „ q ”, (1) ще се представи символно с „ $p.q$ ”.

Освен самия логически съюз, „конюнкция” ще наричаме и съставеното посредством този съюз твърдение – например „ $p.q$ ”. Същото ще важи и за останалите логически съюзи.

Двете твърдения, които конюнкцията свързва в ново твърдение – нейните членове, ще наричаме понякога „конюнкти”.

Начинът, по който истинностната стойност на едно получено чрез логически съюз съставно твърдение зависи от истинностните стойности на съставлящите го твърдения,

се показва чрез така наречената „таблица за истинност”. Таблицата за истинност на конюнкцията е следната:

p	q	$p \cdot q$
И	И	И
И	Н	Н
Н	И	Н
Н	Н	Н

Тук „ p ” и „ q ” заместват каквито и да е две твърдения. В четирите реда под първия са дадени четирите възможности по отношение на истинностните стойности на две твърдения p и q – или и двете са истинни, или първото е истинно, а второто не е, или обратното, или и двете са неистинни. Във всеки от тези случаи в колоната под „ $p \cdot q$ ” е дадена нейната истинностна стойност. Конюнкцията е истинна, когато и двете съставлящи я твърдения са истинни (първия ред), и неистина във всички останали случаи (останалите три реда).

Освен „ p ” и „ q ”, за символното означаване на твърденията от естествения език ще използваме „ r ”, „ s ”, „ w ”, „ u ” и „ t ”. Ще наричаме тези символи „букви за твърдения”. Ако някъде имаме нужда от повече букви за твърдения, ще използваме индекси: „ p_1 ”, „ q_1 ” ...

В естествения език конюнкцията се изразява по най-различни начини. Освен със съюза „и”, още със съюзите „обаче”, „въпреки че”, „макар че”, „но”, „а”, „както ..., така и ...” и др., включително и с препинателни знаци като точката и запетаята. Конюнкция изразяваме винаги, когато искаме да съобщим, че две положения на нещата са заедно налице. Така например освен с (1), конюнкция между твърденията „Днес е вторник” и „Времето е хубаво” може да се изрази и с твърдението

„Днес е вторник, *но* времето е хубаво.”

както и с всички твърдения, които се получават като заменим „но” в горното твърдение с „а”, „обаче”, „въпреки че”, „макар че”, включително и ако напишем двете изречения едно след друго като самостоятелни изречения с точка между тях. Макар и в значенията на съюзите „и”, „а”, „но”, „въпреки че”, „макар че” и т.н. да има някакви разлики („но”, „въпреки че”, „макар че” и т.н., за разлика от „и” и в някои случаи от „а”,

изразяват противопоставяне на това, което по принцип се очаква в дадения случай), тези разлики не засягат начина, по който истинността на съставното твърдение зависи от истинността на съставящите го твърдения. В това отношение (по отношение на този начин) всички те се съгласуват с дадената по-горе таблица за истинност и затова от логическа гледна точка изразяват конюнкции.

Понякога в естествения език, когато искаме да изразим конюнкция, сливаме две изречения в едно просто. Така например е естествено конюнкцията „(Ана е хубава жена).(Мария е хубава жена)” да се предаде посредством едно единствено просто изречение – „Ана и Мария са хубави жени”. Символно обаче това твърдение трябва да се представи с „ $p \cdot q$ ”.

Не винаги наличието на „и” в едно изречение означава, че с него се изразява конюнкция. Така например изречението „Персия и Вавилон търгуват помежду си” е много подобно граматически на „Ана и Мария са хубави жени”, но не е конюнкция. За разлика от последното твърдение, твърдението „Персия и Вавилон търгуват помежду си” не може да се перифразира с „Персия търгува помежду си и Вавилон търгува помежду си”. Преформулирано по този начин, то става безсмислено.

Ето някои примери за конюнкции, като във всеки от тях е посочено, кои са конюнктите:

$p \cdot q$	p	q
„Варна и Пловдив са на изток от София.”	„Варна е на изток от София.”	„Пловдив е на изток от София.”
„Иван и Петър са женени съответно за Ана и Мария.”	„Иван е женен за Ана.”	„Петър е женен за Мария.”
„Както католиците, така и протестантите вярват във възкресението.”	„Католиците вярват във възкресението.”	„Протестантите вярват във възкресението.”
„Мария си е вкъщи, но спи.”	„Мария си е вкъщи.”	„Мария спи.”
„Иван си е вкъщи, обаче Петър не е.”	„Иван е вкъщи.”	„Петър не е вкъщи.”
„Въпреки че не валише	„Не валише дъжд.”	„Концертът не се

дъжд, концертът не се състоя. ”		състоя. ”
„Макар че я обичаше, Петър напусна Мария. ”	„Петър обичаше Мария.”	„Петър напусна Мария.”

§ 2. Отрицание

Отрицанието е този логически съюз, чрез който от едно твърдение се образува неговото отрицание. Например от твърдението „Иван е благороден” чрез отрицание получаваме твърдението „Иван не е благороден”. За разлика от останалите логически съюзи, които се отнасят към две твърдения, отрицанието се отнася само към едно твърдение.

Ще означаваме отрицанието с „~”, като го поставяме пред отричания израз. (Означава се още с „¬” или с черта над отричаното твърдение). Така ако представим „Иван е благороден” с „*p*”, „Иван не е благороден” ще се представи с „~*p*” (чете се „не *p*”).

Начините за изразяване на отрицание в естествения език са най-разнообразни. Те не се ограничават само до вмъкването на отрицателната частица „не” пред сказуемото, нито по този начин винаги може да се изрази отрицание. Така например, ако искаме да отречем твърдението „Всички хора са благородни”, няма да го направим като сложим „не” пред сказуемото (както беше при „Иван е благороден”), тъй като тогава ще получим „Всички хора не са благородни”, а това, което имаме предвид, когато отричаме твърдението „Всички хора са благородни”, е, че *не всички* хора са благородни (с което допускаме, че е възможно и да *има* благородни хора). Затова в този случай отрицанието трябва да се предаде с твърдения като „Някои хора не са благородни” или „*Не всички* хора са благородни”, или „Има неблагородни хора”, или „Не е такъв случаят, че всички хора са благородни” и т.н. Поставянето на израза „не е такъв случаят, че ...” пред отричания израз, макар че рядко се употребява във всекидневния език, най-добре съответства на символния начин на изразяване на отрицанието, тъй като „не е такъв случаят, че ...”, както и „~”, се поставят пред отричания израз и освен това пред каквото и изречение да поставим „не е такъв случаят, че ...”, като резултат ще получим неговото отрицание.